**EXERCICE N°1 :** | 45' | 6 points

Soit $f$ la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=e^x\sqrt{e^x-1}$.

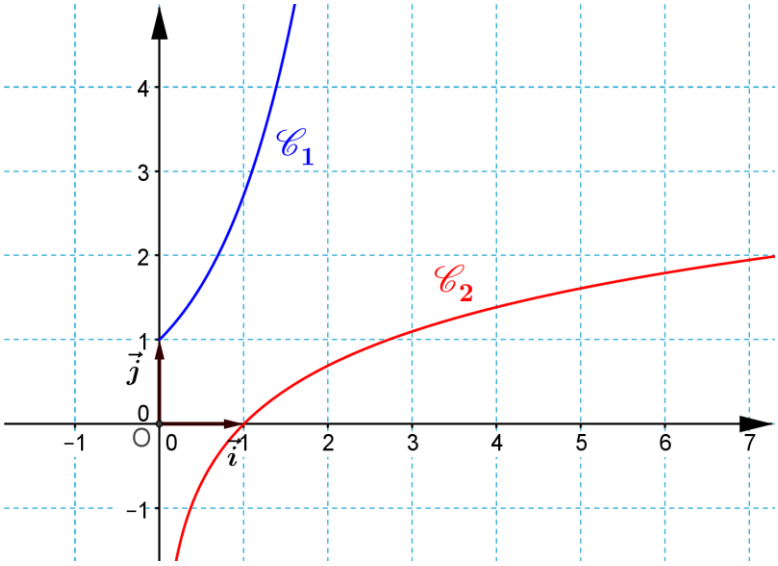
On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

**1°)** Étudier la dérivabilité de $f$ à droite en 0. Interpréter le résultat graphiquement.

**2°)** Dresser le tableau de variation de $f$.

**3°)** Dans la figure ci-dessous on a représenté

$\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ les courbes respectives des fonctions $x\mapsto e^x$ et $x\mapsto \ln x$.




**a)** Étudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_1$.

**b)** Tracer $\mathscr{C}_f$.

**4°) a)** Montrer que $f$ réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J à préciser.

**b)** Construire dans le même repère la courbe $\mathscr{C}'$ de la fonction réciproque de $f$.

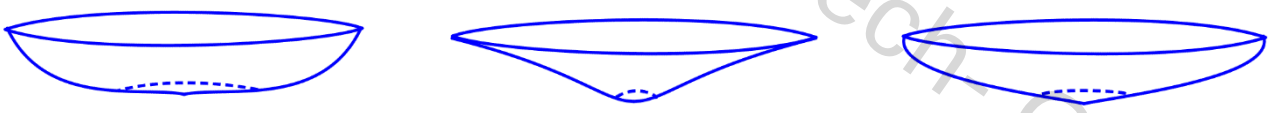
**c)** Calculer l'aire de la partie du plan limitée par les courbes $\mathscr{C}'$, $\mathscr{C}_2$ et l'axe des abscisses.

**5°)** L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit $\Gamma$ la courbe de la restriction de $f$ à $[0,\ln 2]$.

$\Gamma$ est la solide de révolution obtenu en faisant tourner $\Gamma$ autour de l'axe $(O,\vec{i})$.

**a)** Préciser parmi les solides suivants celui qui correspond à $(S)$.



**(I)** **(II)** **(III)**

**b)** Calculer le volume de $(S)$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn